**ИДЗ-19.1 (вариант 1)**

**Выполнила: Агнистова Алина, P3225**

# Дано:

В результате эксперимента получены данные, записанные в виде статистического ряда:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 17,1 | 21,4 | 15,9 | 19,1 | 22,4 | 20,7 | 17,9 | 18,6 | 21,8 | 16,1 |
| 19,1 | 20,5 | 14,2 | 16,9 | 17,8 | 18,1 | 19,1 | 15,8 | 18,8 | 17,2 |
| 16,2 | 17,3 | 22,5 | 19,9 | 21,1 | 15,1 | 17,7 | 19,8 | 14,9 | 20,5 |
| 17,5 | 19,2 | 18,5 | 15,7 | 14,0 | 18,6 | 21,2 | 16,8 | 19,3 | 17,8 |
| 18,8 | 14,3 | 17,1 | 19,5 | 16,3 | 20,3 | 17,9 | 23,0 | 17,2 | 15,2 |
| 15,6 | 17,4 | 21,3 | 22,1 | 20,1 | 14,5 | 19,3 | 18,4 | 16,7 | 18,2 |
| 16,4 | 18,7 | 14,3 | 18,2 | 19,1 | 15,3 | 21,5 | 17,2 | 22,6 | 20,4 |
| 22,8 | 17,5 | 20,2 | 15,5 | 21,6 | 18,1 | 20,5 | 14,0 | 18,9 | 16,5 |
| 20,8 | 16,6 | 18,3 | 21,7 | 17,4 | 23,0 | 21,1 | 19,8 | 15,4 | 18,1 |
| 18,9 | 14,7 | 19,5 | 20,9 | 15,8 | 20,2 | 21,8 | 18,2 | 21,2 | 20,1 |

# Решение:

а) Располагаем значения результатов эксперимента в порядке возрастания, т. е. записываем вариационный ряд:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 14 | 14 | 14,2 | 14,3 | 14,3 | 14,5 | 14,7 | 14,9 | 15,1 | 15,2 |
| 15,3 | 15,4 | 15,5 | 15,6 | 15,7 | 15,8 | 15,8 | 15,9 | 16,1 | 16,2 |
| 16,3 | 16,4 | 16,5 | 16,6 | 16,7 | 16,8 | 16,9 | 17,1 | 17,1 | 17,2 |
| 17,2 | 17,2 | 17,3 | 17,4 | 17,4 | 17,5 | 17,5 | 17,7 | 17,8 | 17,8 |
| 17,9 | 17,9 | 18,1 | 18,1 | 18,1 | 18,2 | 18,2 | 18,2 | 18,3 | 18,4 |
| 18,5 | 18,6 | 18,6 | 18,7 | 18,8 | 18,8 | 18,9 | 18,9 | 19,1 | 19,1 |
| 19,1 | 19,1 | 19,2 | 19,3 | 19,3 | 19,5 | 19,5 | 19,8 | 19,8 | 19,9 |
| 20,1 | 20,1 | 20,2 | 20,2 | 20,3 | 20,4 | 20,5 | 20,5 | 20,5 | 20,7 |
| 20,8 | 20,9 | 21,1 | 21,1 | 21,2 | 21,2 | 21,3 | 21,4 | 21,5 | 21,6 |
| 21,7 | 21,8 | 21,8 | 22,1 | 22,4 | 22,5 | 22,6 | 22,8 | 23 | 23 |

б) Находим размах варьирования:

Величина отдельного интервала:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер  частичного  интервала li | Границы интервала  xi-xi+1 | Середина интервала  x'i = (xi + xi+1)/2 | Частота  интервала ni | Относительная частота  Wi = ni / n | Плотность относительной  частоты Wi / h |
| 1 | [14 – 15) | 14,5 | 8 | 0,08 | 0,08 |
| 2 | [15 – 16) | 15,5 | 10 | 0,10 | 0,10 |
| 3 | [16 – 17) | 16,5 | 9 | 0,09 | 0,09 |
| 4 | [17– 18) | 17,5 | 15 | 0,15 | 0,15 |
| 5 | [18 – 19) | 18,5 | 16 | 0,16 | 0,16 |
| 6 | [19 – 20) | 19,5 | 12 | 0,12 | 0,12 |
| 7 | [20 – 21) | 20,5 | 12 | 0,12 | 0,12 |
| 8 | [21 – 22) | 21,5 | 11 | 0,11 | 0,11 |
| 9 | [22 – 23] | 22,5 | 7 | 0,07 | 0,07 |
| ∑  𝑖 | - | - | 100 | 1 | - |

в) Строим полигон частот и гистограмму относительных частот и график эмпирической функции распределения:

𝐹\* =

г) Находим выборочное среднее, выборочную дисперсию:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер  частичного интервала  li | Границы интервала  xi-xi+1 | Середина интервала  x'i = (xi + xi+1)/2 | Частота интервала  ni | ni x'i | (x'i)2 | ni (x'i)2 |
| 1 | [14 – 15) | 14,5 | 8 | 116 | 210,25 | 1682 |
| 2 | [15 – 16) | 15,5 | 10 | 155 | 240,25 | 2402,5 |
| 3 | [16 – 17) | 16,5 | 9 | 148,5 | 272,25 | 2450,25 |
| 4 | [17– 18) | 17,5 | 15 | 262,5 | 306,25 | 4593,75 |
| 5 | [18 – 19) | 18,5 | 16 | 296 | 342,25 | 5476 |
| 6 | [19 – 20) | 19,5 | 12 | 234 | 380,25 | 4563 |
| 7 | [20 – 21) | 20,5 | 12 | 246 | 420,25 | 5043 |
| 8 | [21 – 22) | 21,5 | 11 | 236,5 | 462,25 | 5084,75 |
| 9 | [22 – 23] | 22,5 | 7 | 157,5 | 506,25 | 3543,75 |
| ∑  𝑖 | - | - | 100 | 1852 | - | 34839 |

Выборочная дисперсия является смещенной оценкой генеральной дисперсии, а исправленная дисперсия – несмещенной оценкой:

д) Согласно критерию Пирсона необходимо сравнить эмпирические и теоретические частоты. Эмпирические частоты даны, найдем теоретические частоты. Для этого пронумеруем Х, т. е. перейдем к СВ z = (x - xсред)/σв и вычислим концы интервалов zi и zi+1, причем наименьшее значение z, т.е. z1, положим стремящимся к -∞, а наибольшее, т. е. zm+1 к +∞. Результаты занесем в таблицу:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| i | xi | xi+1 | xi - xсред | xi+1 - xсред | zi = (xi - xсред)/σв | zi+1 = (xi+1 - xсред)/σв |
| 1 | 14 | 15 | - | -3,52 | - | -1,51 |
| 2 | 15 | 16 | -3,52 | -2,52 | -1,51 | -1,08 |
| 3 | 16 | 17 | -2,52 | -1,52 | -1,08 | -0,65 |
| 4 | 17 | 18 | -1,52 | -0,52 | -0,65 | -0,22 |
| 5 | 18 | 19 | -0,52 | 0,48 | -0,22 | 0,21 |
| 6 | 19 | 20 | 0,48 | 1,48 | 0,21 | 0,64 |
| 7 | 20 | 21 | 1,48 | 2,48 | 0,64 | 1,07 |
| 8 | 21 | 22 | 2,48 | 3,48 | 1,07 | 1,50 |
| 9 | 22 | 23 | 3,48 | - | 1,50 | - |

Находим теоретические вероятности Pi и теоретические частоты n’I = nPi = 100Pi. Составляем расчетную таблицу:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| i | zi | zi+1 | Ф(zi) | Ф(zi+1) | Pi = Ф(zi+1) -  Ф(zi) | n'I = 100Pi |
| 1 | - | -1,51 | -0,5000 | -0,3159 | 0,1841 | 18,41 |
| 2 | -1,51 | -1,08 | -0,3159 | -0,2389 | 0,0770 | 7,70 |
| 3 | -1,08 | -0,65 | -0,2389 | -0,1517 | 0,0872 | 8,72 |
| 4 | -0,65 | -0,22 | -0,1517 | -0,0517 | 0,1000 | 10,00 |
| 5 | -0,22 | 0,21 | -0,0517 | 0,0478 | 0,0995 | 9,95 |
| 6 | 0,21 | 0,64 | 0,0478 | 0,148 | 0,1002 | 10,02 |
| 7 | 0,64 | 1,07 | 0,148 | 0,2357 | 0,0877 | 8,77 |
| 8 | 1,07 | 1,50 | 0,2357 | 0,3133 | 0,0776 | 7,76 |
| 9 | 1,50 | - | 0,3133 | 0,5000 | 0,1867 | 18,67 |
| ∑  𝑖 | - | - | - | - | 1 | 100 |

Вычислим наблюдаемое значение критерия Пирсона. Для этого составим расчетную таблицу. Последние два столбца служат для контроля вычисления по формуле:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
| 1 | 8 | 18,41 | -10,41 | 108,37 | 5,89 | 64,00 | 3,48 |
| 2 | 10 | 7,70 | 2,30 | 5,29 | 0,69 | 100,00 | 12,99 |
| 3 | 9 | 8,72 | 0,28 | 0,08 | 0,01 | 81,00 | 9,29 |
| 4 | 15 | 10,00 | 5,00 | 25,00 | 2,50 | 225,00 | 22,50 |
| 5 | 16 | 9,95 | 6,05 | 36,60 | 3,68 | 256,00 | 25,73 |
| 6 | 12 | 10,02 | 1,98 | 3,92 | 0,39 | 144,00 | 14,37 |
| 7 | 12 | 8,77 | 3,23 | 10,43 | 1,19 | 144,00 | 16,42 |
| 8 | 11 | 7,76 | 3,24 | 10,50 | 1,35 | 121,00 | 15,59 |
| 9 | 7 | 18,67 | -11,67 | 136,19 | 7,29 | 49,00 | 2,62 |
| ∑  𝑖 | 100 | 100 | - | - |  | - | 122,99 |

Контроль:

По таблице критических точек распределения χ2, уровню значимости α = 0.0025 и числу степеней свободы k = l – 3 = 9 – 3 = 6 находим: .

Так как , то гипотеза о нормальном распределении генеральной совокупности

принимается.

е) Если СВ X генеральной совокупности распределена нормально, то с надежностью γ = 0,95 можно утверждать, что математическое ожидание α СВ X покрывается доверительным интервалом:

,

В нашем случае 𝑥сред = 18,25, 𝜎’ = , n = 100, 𝑡𝛾 = 1,984, 𝛿 = 0,463362. Доверительным интервалом для α будет (17,786638; 18,713362). Доверительный интервал, покрывающий среднее квадратичное отклонение σ с заданной надежность γ, (𝜎′(1 − 𝑞); 𝜎′(1 + 𝑞)), где q находится по данным γ и n из прил. 9. При γ = 0,95 и n = 100 имеем: q = 0,143. Доверительным интервалом для σ будет (2,00152; 2,66947).